

Modelová ukázka Matematika A B413001

Úkol 1.

Příklad: Načrtněte graf nějaké sudé funkce f , která nemá maximum s definičním oborem $D(f) = \mathbb{R}/\{0\}$, která má $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4$. Bod $(-3, 2)$ je inflexní.

- Je funkce, jejíž graf jste nakreslili spojitá?
- Je funkce, jejíž graf jste nakreslili prostá?

Úkol 2.

Příklad: Vypočtěte první derivaci funkcí:

$$\text{a) } f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + \sin(x) + 5}}{\cos^2(x^2 + 5)}, \quad \text{pro } x \in (-\infty, +\infty)$$

$$\text{b) } f(x) = \operatorname{arccotg}^4(\ln(x^2 + 1)) - 5\sin(x + 4), \quad \text{pro } x \in (-\infty, +\infty)$$

Úkol 3.

Příklad: Určete obor hodnot funkce $f(x) = 2 - \frac{4}{\ln(x)+3}$

Úkol 4.

Příklad: Vypočtěte:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(x) - x}{2x^3 - x^2}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{arctg}(x) - 2x}{x^2 - \sin(x)}$$

Úkol 5.

Příklad: Mějme funkci $f(x) = e^{x^4 - x^2}$:

- Určete intervaly, na kterých je funkce f rostoucí, resp. klesající.
- Najděte lokální extrémů funkce f .
- Rozhodněte o paritě funkci f .

Úkol 6.

Příklad: Funkce $f(x) = \left(\frac{4}{-\sqrt{4x-2}}\right)^2$ je prostá, tedy k ní existuje inverzní funkce f^{-1} . Najděte funkční předpis a definiční obor této inverzní funkce.

Úkol 7.

Příklad: Mějme funkci f definovanou na \mathbb{R} předpisem:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e}{x-1}, & \text{pro } x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty), \\ C, & \text{pro } x = 1, \end{cases}$$

kde C je reálná konstanta.

- Určete konstantu K tak, aby byla funkce f v bodě $x_0 = 1$ spojitá.
- Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě $T = [1; f(1)]$.